



## تأثير النشاط الإشعاعي على عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي للنوى الزوجية-الزوجية

### لسلسلتي اضمحلال الثوريوم واليورانيوم -راديوم

أ. سميرة عايش سلام

د. عياد الهادي الزوام

قسم الفيزياء كلية العلوم جامعة طرابلس. طرابلس\_دولة ليبيا

Email: sa.sallam@uot.edu.ly

Email: A.ezwam@uot.edu.ly

#### المخلص

الغرض من العمل الحالي هو دراسة العلاقة بين عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي والنشاط الإشعاعي للأنوية الزوجية - الزوجية لسلسلتي اضمحلال الثوريوم واليورانيوم-راديوم. لتحقيق غرضنا قمنا بحساب عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي  $Q_0$  والانحراف المركزي  $\epsilon$  ومقارنة سلوك السلسلة المشعة مع تغير  $Q_0$  و  $\epsilon$  كمؤشر للتغير في شكل النواة مع النشاط الإشعاعي. تم الحصول على قيمة عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي  $Q_0$  من القيمة المعتمدة على احتمال الانتقال الكهربائي الرباعي  $\uparrow B(E2)$ ، الذي يحدد الانتقال من حالة الدوران الأرضية  $0^+$  إلى حالة الدوران المثارة الأولى  $2^+$ ، وذلك بالاستعانة بقيم طاقة حالة الاثارة الأولى  $E$  التجريبية. بينما تم حساب الانحراف المركزي  $\epsilon$  من قيم المحورين الرئيسي  $a$  والثانوي  $b$  للشكل الاهليجي. من النتائج التي تحصلنا عليها يتضح أن النوى المشعة باضمحلالها لكلا السلسلتين تحاول تحقيق المزيد من الاستقرار عن طريق تغيير شكلها من الشكل الدوراني المتطاوول نحو الشكل الكروي المثالي نتيجة تغير عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي والانحراف المركزي لها.

**الكلمات الدالة:** الاضمحلال، الانحراف المركزي، التشوه النووي، المحور الرئيسي والثانوي. عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي

**ABSTRACT**

The purpose of the current work is to study the relationship between the intrinsic quadrupole moment and the radioactivity of the even-even nuclei of the decay series of thorium and uranium - radium. To achieve our purpose, the intrinsic quadrupole moment  $Q_0$  and eccentricity  $\varepsilon$  were calculated and the behavior of the radioactive chain was compared with the change of  $Q_0$  and  $\varepsilon$  as an indicator of the change in the shape of the nucleus with radioactivity. The value of the intrinsic quadrupole moment  $Q_0$  was obtained from the value dependent on the quadrupole electric transition probability  $B(E2) \uparrow$  which determines the transition from the ground spin state  $0^+$  to the first excited spin state  $2^+$ . While the deviation  $\varepsilon$  was calculated from the values of the major  $a$  and minor  $b$  axes. From our results, it is clear that the radiating nuclei with their decay for both series are trying to achieve more stability by changing their shape from prolate rotation shape towards the ideal spherical shape as a result of changing their self-intrinsic electric quadrupole moment and the eccentricity.

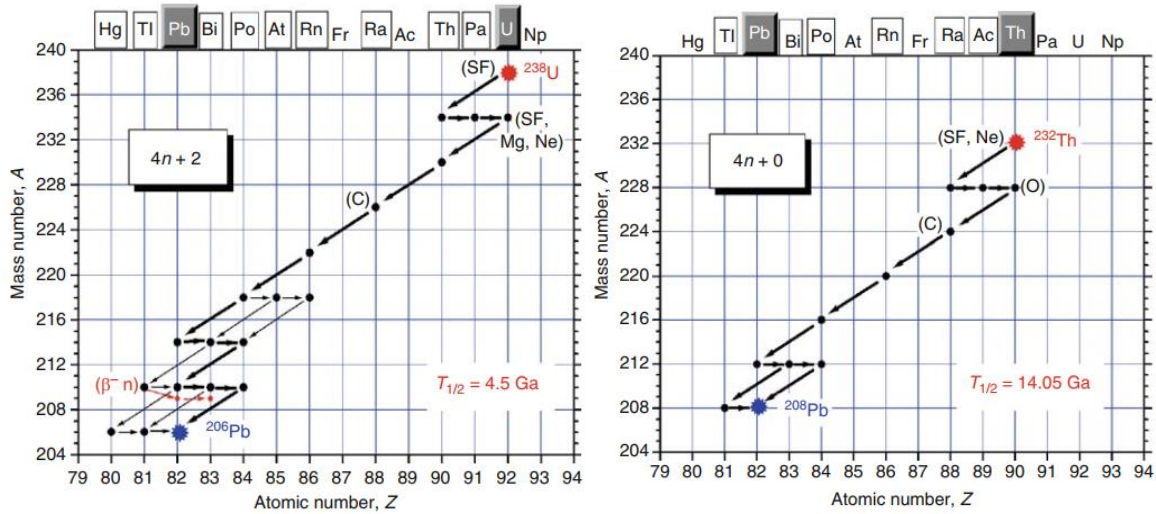
**Keywords.**

radioactivity, eccentricity, Nuclear Dformation, intrinsic quadrupole moment

**المقدمة**

كان يعتقد أن شكل النواة كروياً، ولكن في عام 1924 اقترح فولفجانج باولي Wolfgang Pauli أن النواة المثارة يمكن أن توجد بأشكال مختلفة. وفي عام 1936 اقترح بور وفريتز كالكار Bohr and Fritz Kalckar أنه يمكن تحديد أشكال النوى من خلال التحليل الطيفي لأشعة جاما (Aguilar et al., 2008). كي تصبح النواة في الحالة الأرضية المستقرة تحتاج إلى التغلب على دورانها وطاقاتها الزائدة، حيث يتم احتجاز الجسيمات المشحونة (جسيمات ألفا والبروتونات) بواسطة حاجز كولوم. يتم تنفيذ (8-10 MeV) فقط من طاقة الإثارة مع كل نيوترون منبعث. كانت معظم طاقة إثارة النواة أيضاً عبارة عن انبعاث جسيم واحد، في حين كانت هناك كمية صغيرة فقط من الزخم الزاوي. ولذلك يحدث انبعاث أشعة جاما لتحرير هذا الزخم الزاوي والطاقة المتبقية (Aguilar et al., 2008). اضمحلال نواة واحدة يؤدي إلى نواة أخرى ذات نشاط إشعاعي أيضاً، وتستمر هذه السلسلة حتى يتم الحصول على نواة مستقرة (De Sanctis et al., 2016). تتميز جميع نوى النظائر ذات العدد الذري الأكبر من 83 بأنها جميعاً غير مستقرة إشعاعياً، وذلك بسبب زيادة عدد البروتونات في النواة مما يجعل قوى التناظر الكهروستاتيكية كبيرة، ويؤدي هذا بدوره إلى اضمحلال بعض تلك النظائر من خلال اضمحلال الفا وإصدار جسيمات الفا ونتيجة لإصدار هذه الجسيمات تزداد نسبة النيوترونات إلى البروتونات في النواة مما يؤدي إلى استيفاء شروط اضمحلال بيتا في بعض هذه النوى الوليدة وحدث هذا الاضمحلال مع اصدار الالكترونات  $\beta^-$  (جسيمات بيتا). يتم تجميع جميع النويدات المشعة الطبيعية المعروفة في ثلاث عائلات تشكل النواة الام في بداية السلسلة. وهي الثوريوم-232

واليورانيوم-238 واليورانيوم-235. جميع نظائر هذه السلاسل مشعة، والنظائر الثلاثة المذكورة أعلاه هي الأثقل، وعمر النصف  $T_{1/2}$  لها طويل جدًا [2]. الأعداد الكتلية لكل نظير في هذه السلاسل لها قيم الانماط  $A = 4k$ ،  $A = 4k + 2$ ،  $A = 4k + 3$  على التوالي حيث أن  $k$  عدد صحيح (Ve'rtes 2011). في دراستنا تم اعتماد سلسلتين من عائلة النويدات المشعة حيث تشمل العناصر المضمحلة التي تحتوي على اعداد النظائر الزوجية- الزوجية (even-even) isotopes اي عدد زوجي لرقم الكتلة والعدد الذري وهي سلسلة اضمحلال الثوريوم التي تبدأ بالنظير المشع ثوريوم -232 وتنتهي بالنظير الغير مشع رصاص -208. وسلسلة اليورانيوم-راديوم والتي تبدأ بالنظير المشع يورانيوم -238 وتنتهي بالنظير الغير مشع رصاص -206 كما في الشكل (1)، بينما السلسلة الثالثة يبدأ اضمحلالها بالأرقام الفردية - الزوجية بالنسبة لرقم الكتلة والعدد الذري مما يجعل من الصعب حساب احتمال الانتقال الكهربائي لحساب عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي  $Q_0$ . الذي يعتبر الوصف الأساسي لشكل التوازن النووي وبنيته (Basdevant & Spiro 2005). وبخصوص التشوهات النووية والتي تنشأ نتيجة دوران النواة فأبسطها هي التشوهات الرباعية الناتجة عن عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي  $Q_0$  والتي ركزنا عليها في بحثنا هذا، حيث يتاح للنواة أن تتخذ شكل اهليجي اما متطاوول أو مفلطح بدلا عن الشكل الكروي (Das & Ferbel 2003). في الفيزياء النووية تعتبر النواة المشوهة ذات أهمية خاصة لفهم الخصائص والتفاعلات النووية. إذ أن النوى المشوهة تميل إلى ان تكون اقل استقراراً، مما يعني انها قد تكون أكثر عرضة للتفاعلات النووية.



(b) (a)

الشكل (1) اضمحلال سلسلتي (a) الثوريوم-232. (b) اليورانيوم-238 (Ve'rtes 2011)

النظرية:

نتيجة لدوران النواة فإنها تصبح مشوهة فإذا كان الدوران حول محور عمودي على محور التناظر فيسمى بالدوران المتطاوول Prolate Rotation، وتمتلك عزم رباعي اقطاب كهربائي ذاتي موجبا  $Q_0 > 0$ . أما إذا كان الدوران حول محور موازي لمحور التناظر فيسمى بالدوران المفلطح Oblate Rotation ولها عزما كهربائيا سالبا  $Q_0 < 0$ . تمتلك النوى الكروية Spherical Nuclei عزم رباعي اقطاب كهربائي ذاتي يساوي صفرا  $Q_0 = 0$  لأنها غير مشوهة. في هذا البحث لكي يتم حساب تأثير النشاط الإشعاعي على عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي لسلسلتي اضمحلال الثوريوم واليورانيوم -راديوم قمنا باستخدام المعادلات اللازمة على النحو التالي:

### 1. عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي $Q_0$

وهو مقياس لانحراف النواة عن الشكل الكروي. يمكن تعريفه كلاسيكيا لتوزيع إهليجي متماثل محوريا لشحنة ذات كثافة  $\rho(r)$  كما في المعادلة التالية (Bohr & Mottelson 1975):

$$Q_0 = \int d^3 \rho(r)(3z^2 - r^2) \quad (1)$$

كذلك من المعروف أن العزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي للشكل الإهليجي المشحون بالتساوي يمكن وصفه بالمعادلة التالية (Al-Khatib 2009):

$$Q_0 = \frac{2}{5} Z(a^2 - b^2) \quad (2)$$

حيث  $a$  المحور الرئيسي و  $b$  المحور الثانوي للشكل الإهليجي و  $Z$  العدد الذري.

ويرتبط عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي  $Q_0$  باحتمال الانتقال الكهربائي  $B(E2) \uparrow$  وفق العلاقة المعطاة ادناه (Regan 2003):

$$Q_0 = \sqrt{\frac{16\pi B(E2) \uparrow}{5 e^2}} \quad (3)$$

من هذه المعادلة يمكننا أن نبين أن وحدة عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي  $Q_0$  هي البارن  $b$ . حيث  $B(E2) \uparrow$  هو احتمال الانتقال الرباعي الكهربائي المنخفض للانتقال بين الحالتين  $0^+ \rightarrow 2^+$  ويقاس بوحدة  $e^2 b^2$  والذي يتم حسابه من المعادلة التالية (Raman & Tikkanen 2001):

$$B(E2) \uparrow = 2.6 E^{-1} Z^2 A^{-2/3} \quad (4)$$

حيث  $A$  عدد الكتلة و  $E$  طاقة جاما.

### 2. الانحراف المركزي $\varepsilon$

في الحالة المستقرة يكون الشكل الطبيعي للنواة كروياً وذلك لتقليل طاقة السطح النووي. ومع ذلك يمكن ملاحظة بعض التشوهات الصغيرة، ويمكن التعبير عن عدم انتظام الشكل باستخدام النسبة (Wong 1998):

$$\delta = \frac{\Delta R}{R_0} \quad (5)$$

حيث  $R_0$  هو نصف قطر النواة  $R_0 = 1.2A^{1/3}$ ،  $\Delta R = a - b$  هي الفرق بين المحورين الرئيسي  $a$  والثانوي  $b$ ، وللشكل الكروي  $\Delta R$  تساوي صفرًا. يرتبط بارامتر التشوه  $\delta$  مع عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي  $Q_0$  وجذر متوسط التربيع لنصف قطر الشحنة النووية rms  $\langle r^2 \rangle$  وفق العلاقة الرياضية التالية (Boboshin & Varlamov 2007)،

: (Obeed, 2021)

$$\delta = \frac{3Q_0}{4Z \langle r^2 \rangle} \quad (6)$$

وللحصول على شكل كروي مشحون بشكل موحد فإن متوسط مربع نصف قطر توزيع الشحنة  $\langle r^2 \rangle$  له يعطى كالتالي

:(Krane 1991)

$$\langle r^2 \rangle = \frac{3}{5} R_0^2 = \frac{3}{5} (1.2A^{1/3})^2 \quad (A > 100) \quad (7)$$

أما للشكل الاهليجي المشوه فإن متوسط مربع نصف قطر توزيع الشحنة  $\langle r^2 \rangle$  يعطى بالمعادلة التالية (Ridha 2009)

:(Radhi 2018),

$$\langle r^2 \rangle = (a^2 + 2b^2) / 5 \quad (8)$$

حيث أن محاور الشكل الإهليجي الرئيسي والثانوي يمكن حسابهما من المعادلتين التاليتين على التوالي (Thomas 2010):

$$a = \sqrt{5 \langle r^2 \rangle - 2b^2} \quad (9)$$

$$b = \left[ \langle r^2 \rangle \left( 1.667 - \frac{2\delta}{0.9} \right) \right]^{1/2} \quad (10)$$

الانحراف المركزي  $\varepsilon$  للشكل الاهليجي للنواة المشوهة يشير إلى انحراف النواة عن الشكل الكروي المثالي. ويعتبر مؤشراً على تشوه النواة، حيث يعكس مدى تباين القيم  $(a, b)$  حول قيمتها الوسطية  $(R_0)$ . وتعد دراسة الانحراف المركزي مهمة في فهم الخصائص الأساسية للنوى المشوهة، مثل استقرارها والتفاعلات النووية. وله قيمة محصورة بين  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ . ويرتبط بنصف القطر الرئيسي والثانوي وفق المعادلات التالية [3]:

$$a = R_0(1 + \varepsilon)$$

$$b = R_0(1 + \varepsilon)^{-1/2}$$

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \quad (11)$$

## النتائج والمناقشة

لقد استهدفنا في هذا البحث سلسلة اضمحلال الثوريوموسلسلة اضمحلال يورانيوم-راديوم، حيث تم حساب كلا من عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي  $Q_0$  والانحراف المركزي  $\varepsilon$  لمعرفة تأثير النشاط الإشعاعي عليهما لكل نواة داخل هاتين السلسلتين كما في الجدولين (1) و(2) على النحو التالي:

### 1. عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي $Q_0$

تم حساب رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي للنواة  $Q_0$  من المعادلة (3) من خلال قيم احتمال الانتقال الكهربائي  $B(E2) \uparrow$  المحسوبة من المعادلة (4) وذلك بالاستعانة بقيم طاقة حالة الاثارة الأولى  $E$  التجريبية [9]. تم دراسة عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي  $Q_0$  للنواة مع النشاط الإشعاعي لسلسلتي (الثوريوم-232 واليورانيوم-238) كدالة في عدد النيوترونات  $N$  كما بالشكل (2a) و(5a) على التوالي. كما هو واضح من الشكل فإن القيم  $Q_0$  التي تدل على الشكل النووي تتناقص مع اضمحلال السلسلتين وتبتعد النظائر عن التشوه نحو الشكل الكروي مما يدل على مزيد من الاستقرار.

### 2. الانحراف المركزي $\varepsilon$

يتم حساب قيم الانحراف المركزي  $\varepsilon$  من المعادلة (11) بالاستعانة بالمعادلتين (9) و (10). وتم دراسته مع النشاط الإشعاعي لسلسلتي (الثوريوم-232 واليورانيوم-238) كدالة في عدد النيوترونات  $N$  كما بالشكل (2b) و(5b) على التوالي. يلاحظ أن قيمة الانحراف المركزي تتخفف مع اضمحلال سلسلتي العناصر التي تشير إلى أن شكل النواة يبتعد عن التشوه ويتجه نحو الشكل الكروي المثالي. مما يؤكد المزيد من الاستقرار. في الشكل (5b) نلاحظ أن لدى النظيرين  $^{210}\text{Po}$  و  $^{210}\text{Pb}$  قيمة انحراف مركزية أقل من  $^{206}\text{Pb}$  لأنهما نويدتان إيزوبارية ولهما اختلاف في آلية الاضمحلال كما هو واضح في الشكل (1b) [3]. قمنا برسم اشكال ثنائية الابعاد لجميع نظائر السلسلة الواحدة كما بالشكل (3) و(6) على التوالي. وتم فصل الانوية الدورانية المتطاولة المشوهة عن الانوية الغير دورانية الشبه كروية كما في الشكلين (4a، 4b) و(7a، 7b) على التوالي .

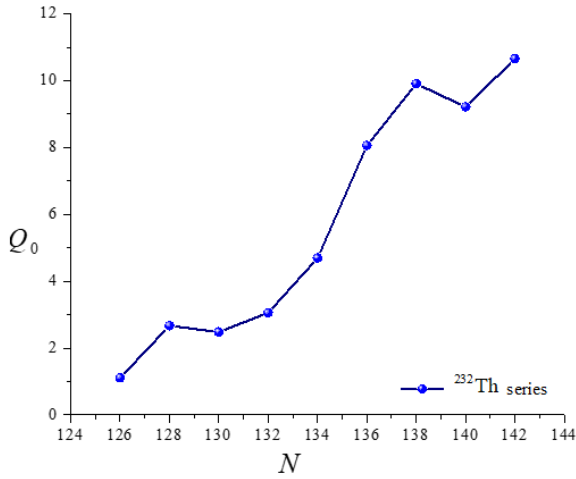
**الجدول 1:** القيم المحسوبة لكلا من عزوم رباعي الاقطاب الكهربائي الذاتي والمحورين الرئيسي والثانوي ومعامل الانحراف لسلسلة الثوريوم.

Nucl	Z	N	Experimental	Present Work			
			Data				
			$E$ (KeV)	$a$ (fm)	$b$ (fm)	$\varepsilon$	$Q_0$ (b)
<sup>232</sup> Th	90	142	49.369	9.686	5.886	0.794	10.655
<sup>228</sup> Ra	88	140	63.823	9.414	6.025	0.768	9.216
<sup>228</sup> Th	90	138	57.773	9.509	5.95	0.78	9.907
<sup>224</sup> Ra	88	136	84.372	9.145	6.152	0.74	8.063
<sup>220</sup> Rn	86	134	549.76	8.405	6.59	0.621	4.691
<sup>216</sup> Po	84	132	186.211	7.996	6.767	0.533	3.052
<sup>212</sup> Pb	82	130	804.9	7.826	6.795	0.496	2.478
<sup>212</sup> Po	84	128	727.33	7.86	6.776	0.507	2.67
<sup>208</sup> Pb	82	126	4085.4	7.418	6.951	0.349	1.107

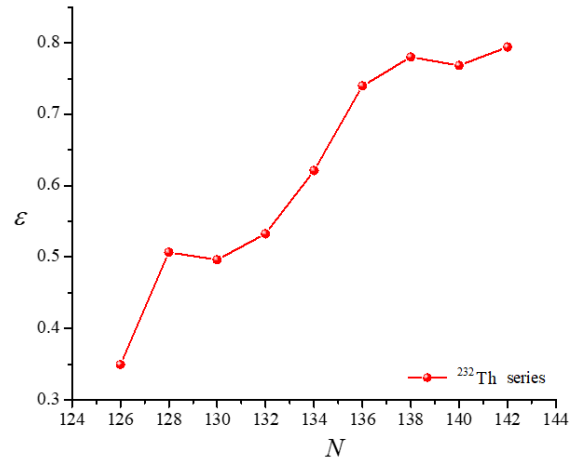
**الجدول 2:** القيم المحسوبة لكلا من عزوم رباعي الاقطاب الكهربائي الذاتي والمحورين الرئيسي والثانوي ومعامل الانحراف لسلسلة اليورانيوم- راديوم

Nucl	Z	N	Experimental	Present Work			
			Data				
			$E$ (KeV)	$a$ (fm)	$b$ (fm)	$\varepsilon$	$Q_0$ (b)
<sup>238</sup> U	92	146	44.916	9.813	5.899	0.799	11.322
<sup>234</sup> Th	90	144	49.55	9.692	5.921	0.792	10.605
<sup>234</sup> U	92	142	43.498	9.827	5.808	0.807	11.570
<sup>230</sup> Th	90	140	53.227	9.599	5.917	0.788	10.2911
<sup>226</sup> Ra	88	138	67.67	9.349	6.036	0.764	8.976
<sup>222</sup> Rn	86	136	186.211	8.567	6.519	0.649	5.32
<sup>218</sup> Po	84	134	509.7	8.042	6.775	0.539	3.16

$^{214}\text{Pb}$	82	132	835	7.833	6.827	0.49	2.425
$^{210}\text{Pb}$	82	128	799.7	7.810	6.769	0.499	2,49
$^{210}\text{Po}$	84	126	1181.398	7.694	6.835	0.459	2.101
$^{206}\text{Pb}$	82	124	803.054	7.771	6.719	0.502	2.504



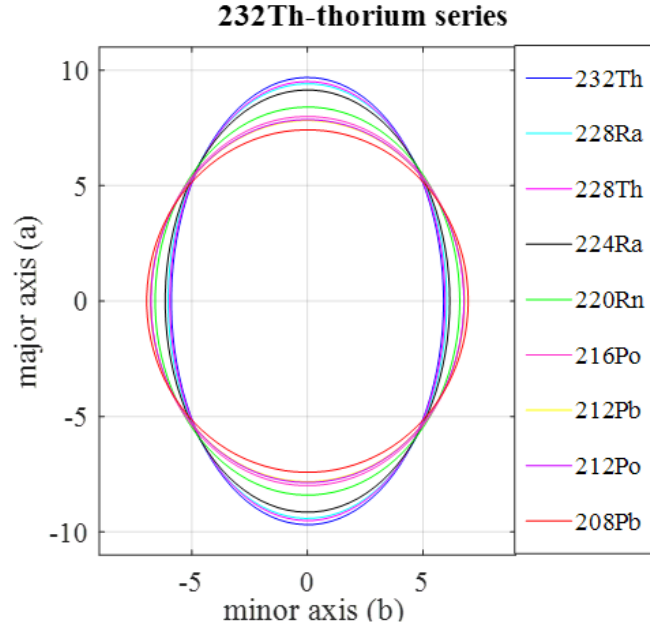
(a)



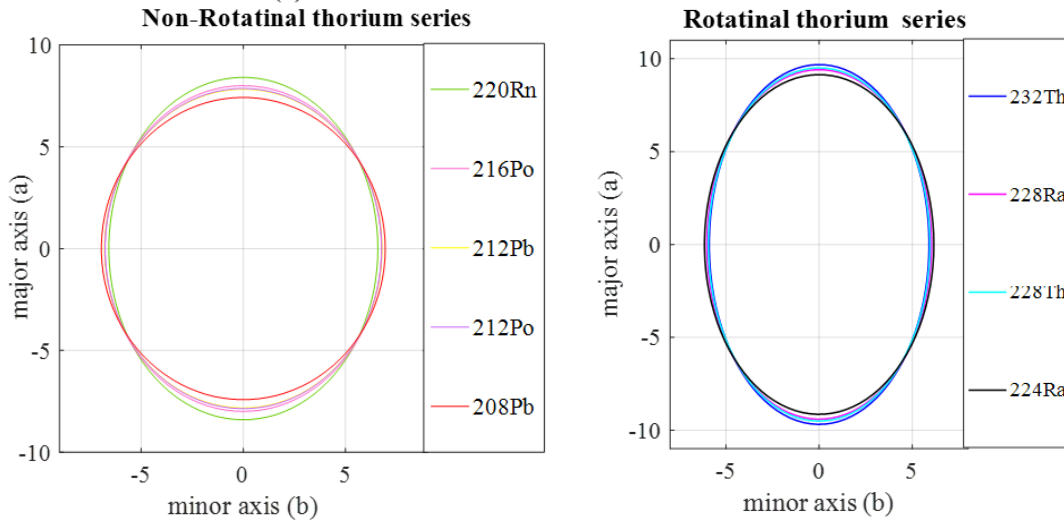
(b)

شكل (2): القيم المحسوبة (a) عزم رباعي الاقطاب الكهربائي الذاتي و (b) معامل الانحراف لسلسلة الثوريوم كدالة في عدد النيوترونات  $N$





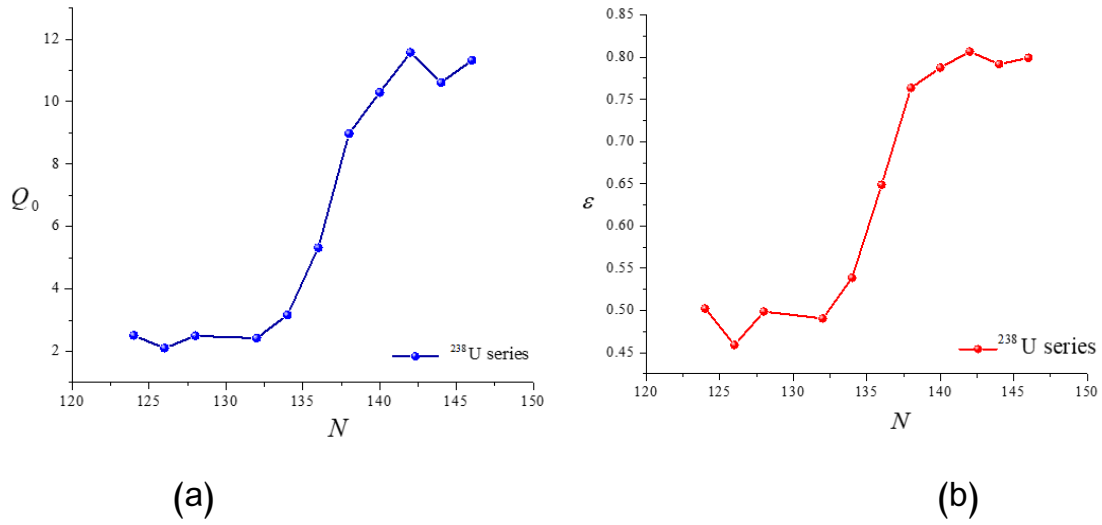
شكل (3): المحور الرئيسي كدالة في المحور الثانوي لسلسلة الثوريوم  $Th^{232}$



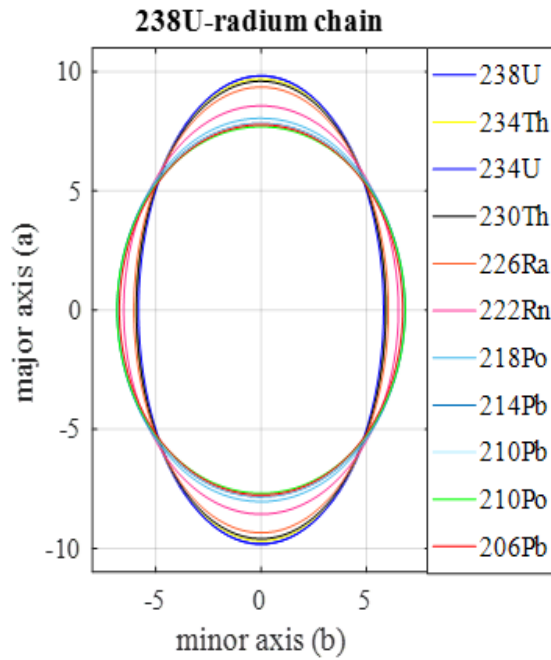
(b) سلسلة الثوريوم الغير دورانية

(a) لسلسلة الثوريوم الدورانية

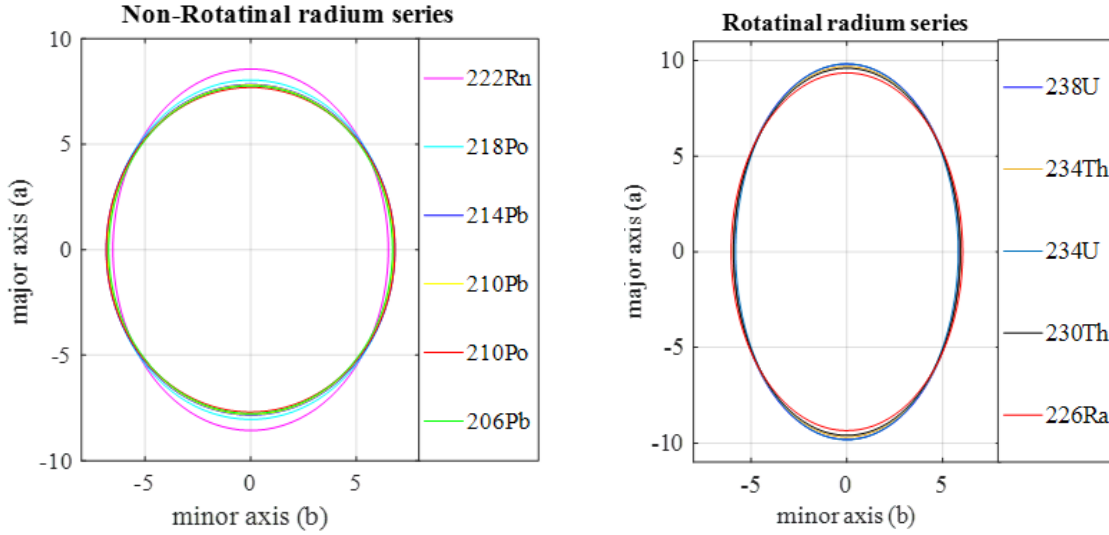
شكل (4): العلاقة بين المحور الرئيسي والثانوي للشكل الإهليجي



شكل (5): القيم المحسوبة (a) عزم رباعي الاقطاب الكهربائي الذاتي و (b) معامل الانحراف لسلسلة اليورانيوم كدالة في عدد النيوترونات  $N$



شكل (6): المحور الرئيسي كدالة في المحور الثانوي لسلسلة اليورانيوم  $U^{238}$



(b) سلسلة اليورانيوم الغير دورانية

(a) لسلسلة اليورانيوم الدورانية

شكل (7): العلاقة بين المحور الرئيسي والثانوي للشكل الإهليجي

### الاستنتاجات

أظهرت النتائج أن سلسلتي النظائر المشعة قد ابتعدت عن الشكل المشوه عند اضمحلالها وانتقلت إلى حالة أكثر استقراراً، وتم إعادة تشكيل انويتها من خلال أنواع الاضمحلال المختلفة اضمحلال الفا و اضمحلال بيتا نحو الشكل الكروي المستقر. تتم عملية إعادة تشكيل النوى المشعة مع الاضمحلال بطريقة غير خطية. حيث تتناقص قيم عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي  $Q_0$  وقيم الانحراف المركزي  $\epsilon$  بشكل كبير مع تناقص عدد النيوترونات  $N$ . حيث يصبح الشكل النهائي لأخر نواة في السلسلة كروياً. وتم تمييز الانوية الدورانية عن الانوية الغير دورانية وفقاً لقيم عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي، حيث أنها للانوية الدورانية تأخذ القيم  $Q_0 > 7b$ . وقيم الانحراف المركزي لها قريبة من الواحد ( $\epsilon \approx 1$ )، وتأثير الاضمحلال على تشوه النوى في النظائر الخلفية لسلسلة اليورانيوم- راديوم يصبح صغيراً جداً مقارنة بنظائر سلسلة الثوريوم.

### المراجع:

- [1] Aguilar, A. (2008). High-Spin Nuclear Structure of  $^{168,170}\text{Ta}$  and Triaxial Strongly Deformed Structure in  $^{160}\text{Yb}$ . Electronic Theses, Treatises and Dissertations.
- [2] De Sanctis, E., Monti, S., & Ripani, M. (2016). Energy from nuclear fission. *Cham: Springer International Publishing (Undergraduate Lecture Notes in Physics)*.

- doi, 10.1007/978-3-319-30651-3.
- [3] Ve'rtes, A., Nagy, S., Kleczka's, Z., Lovas, R., & Frank, R. (2011). "*Handbook of Nuclear Chemistry*". 2<sup>nd</sup> Edition, Springer Dordrecht Heidelberg London New York.
- [4] Basdevant, J. L., Rich, J., & Spiro, M. (2005). *Fundamentals in nuclear physics: From nuclear structure to cosmology*. Springer Science & Business Media.
- [5] Das, A., & Ferbel, T. (2003). *Introduction to nuclear and particle physics*. 2nd Edition. World Scientific, 116-127.
- [6] Bohr, A., & Mottelson, B. (1975). Nuclear Structures Benjamin. *New York*.
- [7] Al-Khatib, A. (2009). *High-Spin  $\gamma$ -Ray Spectroscopy of  $^{124}\text{Ba}$ ,  $^{124}\text{Xe}$  and  $^{125}\text{Xe}$*  (Doctoral dissertation, Universitäts-und Landesbibliothek Bonn).
- [7] Radha, C. A., Ramasubramanian, V., & Samuel, E. J. J. (2010). Role of quadrupole deformation in proton emitting nuclei in the medium mass region. *Turkish Journal of Physics*, 34(3), 159-171.
- [8] Regan, P. (2003). Post graduate nuclear experimental techniques (4NET) course notes. *University of Surrey*. Guildford, GU2 7XH, UK.
- [9] Raman, S., Nestor, C. W., & Tikkanen, P. (2001). At Data Nucl Data Tables 1-78.
- [10] Wong, S. S. M. (1998). *Introductory nuclear physics*. 2nd Edition. John Wiley & Sons.
- [11] Boboshin, I., Ishkhanov, B., Komarov, S., Orlin, V., Peskov, N., & Varlamov, V. (2007). Investigation of quadrupole deformation of nucleus and its surface dynamic vibrations. In *International Conference on Nuclear Data for Science and Technology*. EDP Sciences, 65-68.

- [12] Obeed, F. H. (2021, September). Study of Nuclear Radius and Back bending phenomenon of 20–30Mg Isotopes in sdpn Model Space. In *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 1999(1), 012072.
- [13] Krane, K. S. (1991). *Introductory nuclear physics*. John Wiley & Sons, 112–127.
- [14]. Ridha, A. A. (2009). Deformation parameters and nuclear radius of Zirconium (Zr) isotopes using the Deformed Shell Model. *Journal of Wasit for Science and Medicine*, 2(1), 115–125.
- [15] . Radhi, R. A. (2018). Magnetic dipole moment, electric quadrupole moments, and electron scattering form factors of neutron-rich Sd-cross-shell nuclei. *Phys. REV.C*, 97(064312),3.
- [16] Thomas, G.B. (2010). *Thomas' calculus*. 12<sup>th</sup> ed. Boston, Addison–Wesley,13–20.